|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN GIA VIỄNĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7NĂM HỌC 2020-2021 - MÔN TOÁNThời gian làm bài: 150 phút |

1. **(4,0 điểm)**

1) Thực hiện phép tính:

 .

2) Cho biểu thức: . Tính giá trị của  với 

1. **(4,0 điểm)**

1) Cho  là ba số thực khác , thỏa mãn . Hãy tính giá trị của biểu thức .

2) Nhà trường thành lập  nhóm học sinh khối  tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó  số học sinh của nhóm I bằng  số học sinh của nhóm II và bằng  số học sinh của nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là  học sinh. Tính số học sinh của mỗi nhóm.

1. **(4,5 điểm)**

1) Tìm  biết: 

2) Tìm  nguyên biết: 

3) Cho . Tìm số nguyên  để  đạt giá trị nhỏ nhất.

1. **(6,5 điểm)**

Cho  có ba góc nhọn, , các tia phân giác của góc  và góc  cắt nhau tại . Gọi  là hình chiếu của  trên ,  là hình chiếu của  trên . Lấy điểm  trên đoạn  sao cho . Gọi  là giao điểm của  và .

1) Chứng minh:  cân.

2) Qua  vẽ  ( thuộc ). Chứng minh: .

3) Chứng minh:  điểm  thẳng hàng.

1. **(1,0 điểm)**

Cho  đoạn thẳng có độ dài lớn hơn  và nhỏ hơn . Chứng minh rằng trong  đoạn thẳng đó luôn tìm được  đoạn thẳng để ghép thành một tam giác.

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN GIA VIỄNĐÁP ÁN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7NĂM HỌC 2020-2021 - MÔN TOÁNThời gian làm bài: 150 phútĐỀ 36 |

### 🕮☞ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ☜🕮

1. **(4,0 điểm)**

1) Thực hiện phép tính:

 .

2) Cho biểu thức: . Tính giá trị của  với .

**Lời giải**

1) 

















2) Với 

\* Thay  vào biểu thức , ta có :







\* Thay  vào biểu thức , ta có :







Vậy giá trị của  là  hoặc  khi .

1. **(4,0 điểm)**

1) Cho  là ba số thực khác , thỏa mãn . Hãy tính giá trị của biểu thức .

2) Nhà trường thành lập  nhóm học sinh khối  tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó  số học sinh của nhóm I bằng  số học sinh của nhóm II và bằng  số học sinh của nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là  học sinh. Tính số học sinh của mỗi nhóm.

**Lời giải**

1) Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:





Ta có : 





Vậy với  là ba số thực khác, thỏa mãn  thì .

2) Gọi số học sinh nhóm I, II, III lần lượt là  (học sinh) ()

Theo đề bài, ta có:

 hay 

và 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:



 (TM)

Vậy số học sinh của mỗi đội I, II, III lần lượt là  học sinh.

1. **(4,5 điểm)**

1) Tìm  biết: 

2) Tìm  nguyên biết: 

3) Cho . Tìm số nguyên  để  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

1) 

TH1: 







TH2: 







Vậy 

2) 





Mà 

Ư

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | TM | TM | TM | TM |

Vậy  thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

3) 

Để  đạt giá trị nhỏ nhất thì  đạt giá trị nhỏ nhất

Xét  thì 

Xét  thì 

Vậy  đạt giá trị nhỏ nhất khi 

Khi đó, phân số  có tử dương, mẫu âm

Mà  là số nguyên

Khi đó  đạt giá trị nhỏ nhất khi  là số nguyên âm lớn nhất



Vậy  thì  đạt giá trị nhỏ nhất và .

1. **(6,5 điểm)**

Cho  có ba góc nhọn, , các tia phân giác của góc  và góc  cắt nhau tại . Gọi  là hình chiếu của  trên ,  là hình chiếu của  trên . Lấy điểm  trên đoạn  sao cho . Gọi  là giao điểm của  và .

1) Chứng minh:  cân.

2) Qua  vẽ  ( thuộc ). Chứng minh: .

3) Chứng minh:  điểm  thẳng hàng.

**Lời giải**



1)  tại  (gt) 

 tại  (gt) 

+Xét và  có:

là cạnh chung



 ( là phân giác )

 (cạnh huyền – góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng)

 cân tại  (đn)

2) + Vì  (cmt)  (2 góc đồng vị)

Mà  ( cân tại )

  cân tại  (dhnb)  (đn)

Mà  (gt)



+ Xét  và  có

 (cmt)

 ()

 ()

 (g.c.g)

 (cặp cạnh tương ứng)

3) + Kẻ  tại  

+ Xét  có :

 là phân giác  (gt)

 là phân giác  (gt)



 là phân giác  (tc)

+ Xét  và  có

 là cạnh chung



 ( là phân giác )

 (cạnh huyền – góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng)

+ Xét  và  có

 là cạnh chung



 ( là phân giác )

 (cạnh huyền – góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng)

+ Ta có: 



Mà (cmt), 



 cân tại  (đn)

Mà  là trung tuyến ứng với ()

 là phân giác  (tc)

Hay  là phân giác 

Mà  là phân giác  (cmt)

  thẳng hàng (đpcm)

1. **(1,0 điểm)**

Cho  đoạn thẳng có độ dài lớn hơn  và nhỏ hơn . Chứng minh rằng trong  đoạn thẳng đó luôn tìm được  đoạn thẳng để ghép thành một tam giác.

**Lời giải**

Sắp xếp các đoạn thẳng đã cho theo thứ tự tăng dần của độ dài  và chứng minh rằng trong dãy đã sắp xếp luôn tìm được  đoạn thẳng liên tiếp sao cho tổng của  đoạn đầu lớn hơn đoạn còn lại.

Giả sử điều kiện cần chứng minh là không xảy ra, nghĩa là đồng thời xảy ra các bất đẳng sau :  ; ; …; .

Vì 



Tương tự, ta có : 

Vì  mâu thuẫn với giả thiết các độ dài nhỏ hơn .

Vậy điều giả sử là sai.

Vậy luôn tồn tại  đoạn liên tiếp sao cho tổng của  đoạn đầu lớn hơn đoạn còn lại.

Hay nói cách khác là  đoạn này có thể ghép thành một tam giác.

**🙢 HẾT 🙠**